

GeodiKon

Entwicklung eines didaktischen Konzepts für den Geometrieunterricht der Sekundarstufe I mit speziellem Fokus auf die Faktoren der Raumvorstellung und unterschiedliche Strategien zur Lösung von geometrischen Aufgaben

Günter Maresch

Motivation und Voraussetzungen

Mit der Etablierung der Neuen Mittelschule (NMS) in der österreichischen Schullandschaft geht eine maßgebliche Änderung der Inhalte des Mathematik-Unterrichts an den NMS einher. Die Lehrplanverordnung konkretisiert diese mit den Worten: „*Sofern Geometrisches Zeichnen nicht als eigener Unterrichtsgegenstand geführt wird, sind im Unterricht von Mathematik die Grundzüge des Unterrichtsgegenstandes Geometrisches Zeichnen zu vermitteln.*“ (bmukk, 2012) Diese neuen Rahmenbedingungen für den Mathematik- und Geometrieunterricht verlangen nach spezifischen wissenschaftlichen Hinweisen und fordern eine weiterentwickelte und an die neue Situation angepasste Didaktik des Geometrieunterrichts. Das Forschungsprojekt GeodiKon setzt genau in dieser Ausgangssituation an und steckt sich das Ziel LehrerInnen durch konkrete Maßnahmen zu unterstützen und zusätzlich neue wissenschaftliche Erkenntnisse in Bezug auf die Schulung und die Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens, die entsprechenden Intelligenzfaktoren der Raumvorstellung und die von den SchülerInnen verwendeten Strategien bei der Lösung von geometrischen Aufgaben zu etablieren.

Forschungshypothese und Ziele

Die konkrete Forschungshypothese des Projekts lautet: Schulung (Bewusstmachung, Kategorisierung, Verinnerlichung) jedes einzelnen der vier Faktoren der Intelligenzfacette Raumvorstellung UND Training des Strategierepertoires bewirken eine Verbesserung des Raumvorstellungsvermögens.

Die Ziele des Projekts sind:

- Entwicklung von Lernmaterialien zur Förderung der vier Faktoren (Veranschaulichung / räumliche Visualisierung, räumliche Beziehungen, mentale Rotation und räumliche Orientierung) der Raumvorstellung (Linn & Peterson 1985; Maier, 1994; Thurstone, 1950) mit dem Ziel, bei den SchülerInnen eine ausgewogene und umfassende Entwicklung der Raumvorstellung zu fördern
- Entwicklung eines strukturierten Modells von anwendbaren Strategien zur Lösung von Raumvorstellungsaufgaben (Barrat, 1953, Just & Carpenter, 1985; Schultz, 1991) mit dem Ziel das Strategierepertoire der Lernenden zu erweitern
- Zusammenstellung der entwickelten Lernmaterialien und der gewonnenen Erkenntnisse des Projekts zu einer anwenderfreundlichen Handreichung für LehrerInnen, welche geometrische Inhalte im Unterricht vermitteln
- Präsentation und Schulung der Erkenntnisse des Projekts bei Workshops, Seminaren und Tagungen

Das erste Kernelement des Projekts: Die vier Strategiepaare



Abb. 1: Die vier Paare von Strategien für die Lösung von Raumvorstellungsaufgaben

Während der ersten Phase des Projekts wurde die Literatur der vergangenen mehr als 60 Jahre an Forschung auf dem Feld der Strategien zur Lösung von Raumvorstellungsproblemen identifiziert, erarbeitet und schließlich in das nun vorliegende Modell der „Vier Strategiepaare zur Lösung von Raumvorstellungsaufgaben“ strukturiert zusammengefasst.

1. Holistische (ganzheitliche) Strategie – Analytische Strategie

Die Differenzierung nach ganzheitlicher oder analytischer Herangehensweise bei der Lösung von Raumvorstellungsaufgaben ist das in der Literatur am häufigsten identifizierte Strategiepaar. Barrat (1953), Schultz (1991) und Kaufmann (2008) lieferten dazu wichtige Beiträge. Bei holistischer Strategieanwendung wird die gesamte Szene mental erzeugt und danach geometrisch manipuliert, wobei räumliche Beziehungen zwischen Objekten beachtet werden.

2. Räumliches Denken – Flächendenken

Beim räumlichen Denken generieren Versuchspersonen ein mentales dreidimensionales Modell der Szene und lösen eine Aufgabe, indem dieses mentale Modell bearbeitet (transformiert, rotiert, gefaltet,...) wird. Es wird demnach mental im 3D-Raum agiert und auf diesem Wege die Lösung erarbeitet. Im Gegensatz dazu können manche Raumvorstellungsaufgaben auch gelöst werden, indem lediglich das zweidimensionale Bild der Szene manipuliert – zumeist gedreht – wird. Die Aufgabe kann daher mit deutlich weniger komplexen Überlegungen betrachtet und gelöst werden als intendiert (Maier, 1994, S. 64).

3. Objekte werden bewegt – BeobachterIn bewegt sich

Für das dritte Strategiepaar ist der Standpunkt des Probanden das relevante Entscheidungskriterium. Versuchspersonen können sich bei der Lösung einer Raumvorstellungsaufgabe entweder als BetrachterIn außer der Szene mental positionieren und die einzelnen Objekte bewegen oder können sich in die Szene versetzen und sich mental darin selbst bewegen (Barrat, 1953; Maier, 1994).

4. Verifizierende Strategie – Falsifizierende Strategie

Lüthje (2010) hebt letztlich ein weiteres Strategiepaar hervor. Probanden können generell bei beim Lösungsfindungsprozess verifizierend oder falsifizierend vorgehen. Verifizierend meint in diesem Zusammenhang, dass die Versuchspersonen direkt auf die richtige Lösungsmöglichkeit zusteuern und die richtige Lösung aktiv suchen. Im Gegensatz dazu können Testpersonen aber auch mit dem ausschließenden Verfahren arbeiten und somit alle falschen Lösungsmöglichkeiten identifizieren und diese Schritt für Schritt ausschließen.

Das zweite Kernelement des Projekts: Die Lernmaterialien

Neben der Etablierung des Strategiemodells wurden in der ersten Projektphase Lernmaterialien entwickelt und zusammengestellt, die oftmals auf spielerischem Wege die unterschiedlichen Faktoren der Raumvorstellungsvermögens in einem zueinander ausgewogenen Maße trainieren. Die Lernmaterialien, welche zumeist mit dem Bleistift bearbeitet werden können, liegen für 12 Wochen vor und können auch beliebig auf deutlich mehr oder weniger Woche verteilt im Unterricht eingesetzt werden.

Ein Beispiel: Schlauchfiguren



Jede der Aufgaben zeigt Fotos eines durchsichtigen Würfels, in dem sich schlauchartige Objekte befinden. Das linke obere Foto zeigt jeweils die Ausgangsstellung des Objekts „von vorne“. Alle weiteren Fotos zeigen andere Ansichten.

Gib bei jedem Foto an, von welcher Seite der Ausgangsstellung es aufgenommen wurde. Möglich sind: Von rechts (R), von links (L), von oben (O), von unten (U) und von hinten (H).



R	L	O	U	H
Aufgabe 3A				

R	L	O	U	H
Aufgabe 3B				

R	L	O	U	H
Aufgabe 3C				

Design, Ablauf und Projektpartner

Das Forschungsprojekt GeodiKon wird in den Jahren 2013 und 2014 im Pretest-Posttest-Design durchgeführt. Während der *ersten Phase* des Projekts (01.-09.2013) wurden vom Projektteam (PH Salzburg, KPH Wien-Krems, PH Wien, PH Niederösterreich, PH Steiermark, Uni Salzburg, Uni Innsbruck, TU Wien und der Arbeitsgruppe Didaktische Innovationen) spezielle Lernmaterialien für 12 Wochen Geometrie-Unterricht zusammengestellt. Das strukturierte Modell der „Vier Strategiepaaare zur Lösung von Raumvorstellungsaufgaben“ wurde entwickelt und die Testbatterie (mit Unterstützung der Uni Wien, der TU Wien, der Uni of Guelph (Canada) und der Uni of California (USA)) zusammengestellt. Die *zweite Phase* (09.2013-02.2014) ist die Test- und Lernphase an den Schulen. Im Sep. und Okt. 2013 fanden die Pretestungen statt. Danach schließt direkt die Lernphase, wo die entwickelten Lernmaterialien im Unterricht eingesetzt werden und die Schulung des Strategierepertoires erfolgt, an. Im Jän. und Feb. 2014 werden die Posttestungen an den Schulen durchgeführt. Danach erfolgt in der *dritten Phase* des Projekts die Auswertung der Daten, die Aufbereitung der Erkenntnisse, die Zusammenstellung der Strategieinformationen und der Lernmaterialien zu Handreichungen für LehrerInnen der Sekundarstufe I und die Exploration der Ergebnisse und Lernmaterialien bei Workshops, Tagungen und via Publikationen.

Erste Ergebnisse

An der Pretestung nahmen insgesamt 46 Testklassen mit 898 SchülerInnen aus HS, NMS und AHS aus den Bundesländern Niederösterreich, Salzburg und der Steiermark teil. Die Testbatterie besteht aus 4 internationalen Raumvorstellungstests (Dreidimensionaler Würfeltest (3DW), Differential Aptitude Test (DAT), Mental Rotation Test (MRT) und Spatial Orientation Test (SOT)) und sechs Fragebögen, welche Fragen zu den verwendeten Strategien beinhalten und Informationen über Geschlecht, Alter und Interessen erheben. Die statistische Aufbereitung der Ergebnisse der Pretestung wurde von E. Svecnik (bifie) (Svecnik, 2013) erstellt. Auszüge daraus sind im Folgenden angegeben:

Testanalyse

Die Analyse der Pretestung (835 gültige Datensätze) zeigt, dass bei der Prüfung der internen Konsistenzen der verwendeten Tests in der Gesamtstichprobe alle Reliabilitäten über dem geforderten Wert von 0,7 liegen und daher die Tests als konsistent betrachtet werden können. Bzgl. Interkorrelation weisen die vier Tests einen gemeinsamen Varianzanteil von 13-26% auf, erfassen also nur zu einem Teil dasselbe Merkmal. Jeder einzelne Test misst demnach – wie intendiert – spezifische Anteile. Die Testbatterie kann somit als wissenschaftlich korrekt erachtet werden.

Sensitivität gegenüber Geschlecht, Schulart und Schulstufe

Etwa 16,3 % beim 3DW-Test und 11,8 % beim DAT der Varianz lassen sich durch die Hintergrundvariablen Geschlecht, Schulform und Schulstufe erklären, wobei das Geschlecht nach Auspartialisierung der unterschiedlichen Mädchenanteile in den einzelnen Schularten keinen signifikanten Beitrag mehr leistet. Die Ergebnisse des MRT lassen sich zu 19,5 % durch Geschlecht, Schulform und Schulstufe erklären. Bei diesem Test erzielten die Burschen auch unter Konstanzhaltung der Schulart um 1,83 Punkte mehr als Mädchen. Beim SOT beträgt die mittlere absolute Abweichung $61,02^\circ$; die der Burschen ist um $11,8^\circ$ geringer als die der Mädchen. Die Analysen bestätigen die wissenschaftliche Literatur, die aufzeigt, dass Geschlechterunterschiede bei der Raumvorstellung weit geringer sind als in früheren Jahren vermutet und dass sich die Unterschiede konkret auf die beiden Faktoren mentale Rotation (nur bei Aufgaben unter Zeitdruck) und räumliche Orientierung festmachen lassen.

Gibt es erfolgversprechende Lösungsstrategien für Raumvorstellungsaufgaben?

Um den Einfluss der Lösungsstrategien auf die erfasste Leistung zu ermitteln, wurden Regressionsmodelle aufgestellt, in die neben Geschlecht, Schulform und Schulstufe die Items zu Lösungsstrategien einbezogen und deren zusätzlicher Beitrag zu Varianzaufklärung ermittelt wurde. Beim 3DW-Test steigt die Varianzaufklärung von 16,3 % auf 18,0 %, die Strategien tragen also ihrer Gesamtheit statistisch signifikant bei, wobei zwei Strategien signifikante Beiträge leisten: Wenn die SchülerInnen sich auf Teile des Objekts konzentrierten ($\beta=0,096$; $p=0,005$) und wenn sie sich das Objekt eher räumlich vorgestellt hatten ($\beta=0,078$; $p=0,025$). Beim DAT steigt die Varianzaufklärung von 11,8 % auf 15,6 %. Wie beim 3DW-Test tragen beim DAT zwei Strategien zu einer Steigerung der

erfassten Leistung bei: wenn nur Teile des Objekts betrachtet werden ($\beta=0,109$; $p=0,002$) und wenn das Objekt sich räumlich vorgestellt wird ($\beta=0,169$; $p<0,001$). Beim MRT steigt die Varianzaufklärung von 16,4 % auf 23,7 %. Zurückzuführen ist dies bis auf die Ausschlussstrategie ($p=0,438$) auf alle drei anderen abgefragten Strategien, allerdings ist hier die holistische Betrachtung des Objekts ($\beta=0,115$; $p=0,001$) im Gegensatz zur Konzentration auf Teile relevant, zudem die räumliche Vorstellung ($\beta=0,202$; $p<0,001$) und die Bewegung des Objekts ($\beta=0,098$; $p=0,003$).

Literatur

- Barrat, B. S. (1953). An analysis of verbal reports of solving problems as an aid in defining spatial factors. In: *The Journal of Psychology*, S. 36
- bmukk (2012): Lehrplanverordnung BGBl. II Nr. 185/2012:
http://www.bmukk.gv.at/medienpool/22512/bgbla_2012_ii_185.pdf
- Just, M. A., Carpenter, P. A. (1985). Cognitive Coordinate Systems: Accounts of Mental Rotation and Individual Differences in Spatial Ability. In: *Psychological Review*, S. 92
- Kaufmann, H. (2008). Lösung- und Bearbeitungsstrategien bei Raumvorstellungsaufgaben. In: *Raumgeometrie – intuitive und konstruktiv* (CD)
- Linn, M. C., Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences on spatial ability: a meta-analysis. In: *Child Development*, 56, S. 1479-1498.
- Lüthje, T. (2010). *Das räumliche Vorstellungsvermögen von Kindern im Vorschulalter*. Hildesheim: Franzbecker.
- Maier, H.P. (1994). *Räumliches Vorstellungsvermögen: Komponenten, geschlechtsspezifische Differenzen, Relevanz, Entwicklung und Realisierung in der Realschule*. Europäische Hochschulschriften: Reihe 6, Psychologie, Band 493
- Schultz, K. (1991). The contribution of solution strategy to spatial performance. In: *Canadian Journal of Psychology*, S. 45
- Svecnik, E. (2013). *GeodiKon Pretest*, Ergebnisse der Datenanalysen; Projektunterlage
- Thurstone, L. L. (1950). *Some primary abilities in visual thinking*. Psychometric Laboratory Research Report. No. 59. University of Chicago Press, Chicago.